

## МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ КИНЕТИКИ ГРОХОЧЕНИЯ

Кинетика процессу грохочення моделюється ланцюгом Маркова. Інтенсивність сегрегації обумовлюється ймовірностями переходів часток по висоті шару. Розроблено метод для обчислення ймовірностей переходів часток. У ньому використовуються результати експерименту по визначенню часу просівання часток з верхнього елементарного шару.

## METHOD OF IDENTIFICATION OF PARAMETERS OF THE KINETICS SCREEN SIZINGS

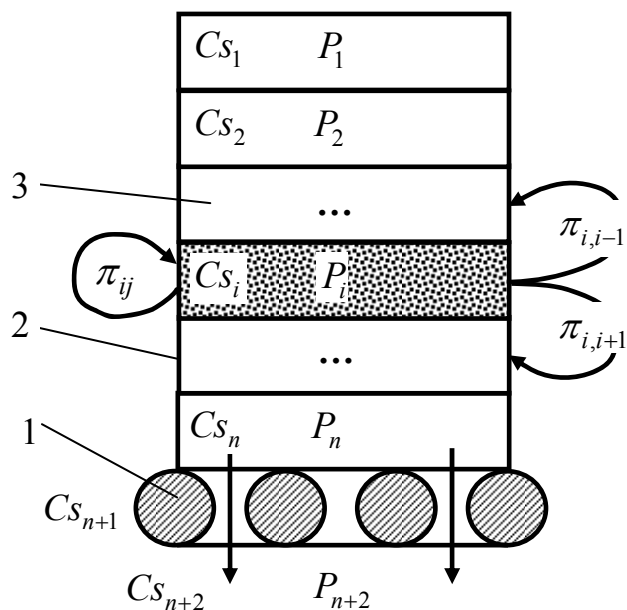
The kinetics of process of a screen sizing is modeled by network Markov. Intensity of a segregation is determined by probabilities of transitions of corpuscles on altitude of a stratum. The method is developed for evaluation of probabilities of transitions of corpuscles. In it results of experiment by definition a time of screening of corpuscles from the upper elementary stratum are used.

Во многих отраслях, использующих минеральное сырье, классификацию по крупности производят с помощью вибрационных грохотов. От эффективности и производительности процесса грохочения в существенной мере зависит качество и себестоимость продукции, поэтому не случайно внимание многих исследователей направлено на его совершенствование. Для обеспечения высокой производительности грохочение производят толстым слоем в режиме с подбрасыванием. В этом случае классификация происходит в результате сегрегации, просеивания и вибротранспортирования. В работах [1–3] показано, что наиболее перспективный путь совершенствования процесса грохочения – математическое моделирование. Сотрудниками ИГТМ им. Н. С. Полякова НАН Украины предложено кинетику грохочения моделировать марковской цепью переменной структуры [3, 4]. Процесс характеризуется стохастической матрицей, которая описывает сегрегацию и просеивание. Элементами стохастической матрицы являются вероятности перехода частиц по высоте слоя. Их расчет, основанный на ряде положений статистической физике, подробно описан в монографии [3]. Однако такой подход дает завышенные вероятности переходов частиц при грохочении влажного сырья, поскольку не учитывает затраты энергии на преодоление сил адгезии. В этой связи цель работы – разработка метода идентификации вероятностей переходов частиц по высоте слоя как сухого, так и влажного грохотимого сырья.

В грохотимом сырье, находящемся на сите 1, выделим контрольный объем 2, который по высоте разделим на  $n$  элементарных слоев 3 (рис. 1). Пронумеруем их сверху вниз. Распределение частиц минусового класса крупности  $d$  по элементарным слоям будем описывать вектором вероятностей состояний  $\bar{P}$ , элементы которого – вероятности нахождения частиц в  $i$ -ом слое.

Под действием вибрации частицы с вероятностью  $\pi_{ij}$  переходят из  $i$ -ого элементарного слоя в  $j$ -тый. В монографии [3] показано, что кинетика грохоче-

ния моделируется дискретным марковским процессом с дискретными состояниями.



1 – сито; 2 – контрольный объем; 3 – элементарный слой  
Рис. 1 – Расчетная схема процесса грохочения

Эволюция вектора состояний описывается выражением

$$\bar{P}(k) = \bar{P}(0) \|\pi_{ij}\|^k,$$

где  $\bar{P}(0)$  и  $\bar{P}(k)$  – вектор состояний в начале процесса грохочения и после  $k$  взаимодействий сырья с ситом,  $\|\pi_{ij}\|$  – стохастическая матрица [3, 4].

Применительно к грохочению сырья слоем, высота которого не больше десяти диаметров крупных частиц стохастическая матрица имеет вид [3]

$$\left\| \begin{array}{cccccccc} 1-p & p & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ q & (1-p-q) & p & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & q & (1-p-q) & p & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & q & (1-p-q) & p & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 1-P_s & P_s & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \end{array} \right\|, \quad (2)$$

где  $p$  и  $q$  вероятности перехода частиц вниз и вверх по высоте слоя грохотимого сырья;  $P_s$  – вероятность просеивания. Размер матрицы  $R = (n + 2) \times (n + 2)$ . Строка  $n$  – контактный слой,  $n + 1$  – сито,  $n + 2$  – пространство под ситом.

Элементы вектора состояния и матрицы должны удовлетворять условиям нормировки

$$\sum_{i=1}^{n+2} P_i = 1 \quad \sum_{j=1}^{n+2} \pi_{ij} = 1$$

Когда частицы находятся в элементарном слое 1, будем говорить, что они находятся в состоянии  $Cs_1$ , в слое 2 –  $Cs_2$  и т. д. Состояние  $Cs_{n+2}$  означает, что частица находится под ситом (просеялась и в надрешетный продукт не может вернуться). В соответствии с принятой в теории марковских цепей терминологией [5, 6] состояния  $Cs_1, Cs_2, \dots, Cs_{n+1}$  – несущественные, а  $Cs_{n+2}$  – существенное состояние поглощения ( $\pi_{i+2, j+2} = 1$ ).

Из теории марковских цепей известно [5, 6], что математическое ожидание числа испытаний  $S_i$ , которые необходимо произвести для перехода впервые из несущественного состояния  $Cs_i$  в существенное  $Cs_{n+2}$ , является решением системы алгебраических уравнений

$$S_i = 1 + \sum_{j=1}^{n+1} \pi_{ij} S_j, \quad (i = 1, 2, \dots, n + 1) \quad (2)$$

Систему уравнений (2) с учетом (1) и после приведения подобных членов преобразуем к виду

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - pS_1 + pS_2 = 0, \\ 1 + qS_1 - pS_2 - qS_2 + pS_3 = 0, \\ 1 + qS_2 - pS_3 - qS_3 + pS_4 = 0, \\ \dots \\ 1 + qS_{n-2} - pS_{n-1} - qS_{n-1} + pS_n = 0, \\ 1 - P_s S_n + P_s = 0. \end{array} \right. \quad (3)$$

Полученная система состоит из  $n$  уравнений и содержит  $n + 2$  неизвестных:  $p, q, S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ .

Вероятность просеивания  $P_s$  определяется с помощью аналитических и численных методов, подробно описанных в работах [3, 7, 8].

Чтобы решить недоопределенную систему (3), уменьшим число неизвестных за счет экспериментального определения двух неизвестных. Для этого за-

мерим время просеивания частиц, которые первоначально находились в верхнем и среднем элементарных слоях и рассчитаем их средние значения  $t_1$  и  $t_{sr}$ . Вычислим среднее число испытаний по формулам  $S_1 = t_1/T$  и  $S_{sr} = t_{sr}/T$ , где  $T$  – период вибротранспортирования.

В принципе, недоопределенная система может быть решена на основе методов оптимизации, однако, в данном случае они не обеспечивают требуемой точности.

Следует отметить большую трудоемкость экспериментов по определению среднего времени  $t_{sr}$ , что связано с необходимостью помещения частиц  $d$  в середину слоя. Выполненные расчеты позволили установить, что отношение идентифицируемых вероятностей переходов по высоте слоя  $\varepsilon = p/q$  описывается соотношением

$$\varepsilon = \frac{p}{q} = \frac{A\omega^2 + g}{A\omega^2 - g}, \quad (4)$$

где  $A$  и  $\omega$  – амплитуда и круговая частота вибровозбуждения сита;  $g$  – ускорение свободного падения.

Если соотношение (4) добавить в систему (2), то это позволит по результатам замеров  $S_1$  и решения системы идентифицировать  $p$  и  $q$ . Выполнив решения при различных количествах  $n$  элементарных слоев, получена следующая обобщенная формула для определения вероятности перехода мелких частиц вниз по высоте слоя

$$p = \frac{P_s}{\varepsilon^{n-2} [P_s(S_1 - 1) - 1]} \cdot \left[ 1 + 2\varepsilon + \sum_{i=2}^{n-2} (i+1)\varepsilon^i \right], \quad (5)$$

Учитывая (4), получим вероятность перехода вверх

$$q = p/\varepsilon. \quad (6)$$

С помощью формул (5, 6) однозначно определяется стохастическая матрица (2), что позволяет анализировать кинетику грохочения.

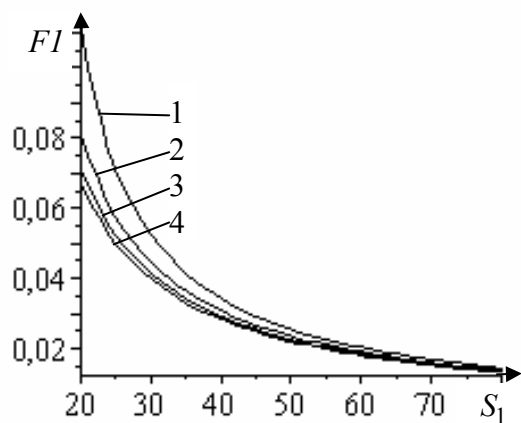
Чтобы продемонстрировать особенности влияния на вероятность  $p$  переменных  $P_s$ ,  $S_1$ ,  $\varepsilon$  и  $n$ , запишем выражение (5) в виде произведения

$$p = F1 \cdot F2$$

где

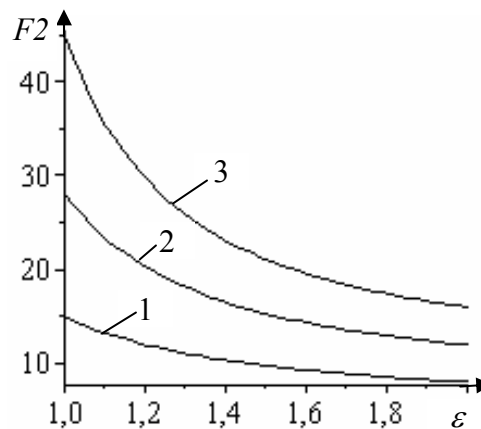
$$F1 = \frac{P_s}{P_s(S_1 - 1) - 1}, \quad F2 = \frac{1}{\varepsilon^{n-2}} \cdot \left[ 1 + 2\varepsilon + \sum_{i=2}^{n-2} (i+1)\varepsilon^i \right].$$

Графическое представление этих функций дано на рис.2 и 3.



1 –  $P_s = 0,1$ ; 2 –  $P_s = 0,15$ ;  
3 –  $P_s = 0,2$ ; 4 –  $P_s = 0,25$

Рис. 2 – Зависимость функции  $F1$  от количества испытаний  $S_1$  и вероятностей просеивания  $P_s$



1 –  $n = 6$ ; 2 –  $n = 8$ ; 3 –  $n = 10$

Рис. 3 – Зависимость функции  $F2$  от отношения вероятностей  $\epsilon$  и количества элементарных слоев  $n$

Из графиков следует, что с увеличением количества испытаний  $S_1$  функция  $F1$  стремится к нулю и уменьшается влияние такого фактора, как вероятность просеивания  $P_s$ , следовательно, доминирующее воздействие на кинетику процесса оказывает сегрегация. Из вида функции  $F2$  можно сделать вывод, что с уменьшением количества  $n$  элементарных слоев влияние увеличения отношений  $p/q$  вероятностей ослабевает.

Итак, разработан метод идентификации вероятностей переходов частиц по высоте слоя грохотимого сырья, что позволяет описать кинетику грохочения с учетом сегрегации.

Метод может быть использован при определении рациональных параметров процесса грохочения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вайсберг Л. А. Теоретические вопросы процессов грохочения. – СПб.: СПГИ, 2003. – 61 с.
2. Надутый В.П., Калиниченко В.В. Вибрационное грохочение горной массы повышенной влажности. – Днепропетровск: НГУ Украины, 2004. – 135 с.
3. Надутый В.П., Лапшин Е.С. Вероятностные процессы вибрационной классификации минерального сырья. – К.: Наукова думка, 2005. – 180 с.
4. Лапшин Е. С. Математическое моделирование процесса грохочения с использованием цепи Маркова // Збагачення корисних копалин: Наук. техн. зб. НГА України. – Дніпропетровськ, 1999. – № 5(46). – С. 30–34.
5. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Гл. ред. Ю. В. Прохоров. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1999. – 910 с.
6. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. – М.: Сов. радио, 1977. – 488 с.
7. Надутый В. П., Лапшин Е. С. Вероятность просеивания частиц различной формы при вибрации // Обогащение руд: Науч.-техн. журн. – СПб., 2001. – № 1. – С. 32–34.
8. Лапшин Е. С. Определение вероятности вибрационного просеивания случайно ориентированной в пространстве частицы // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. НГА України. – Дніпропетровськ, 2000. – № 10(51). – С. 47–52.